

論文内容要旨

報告番号	甲 先 第 179 号	氏 名	ENKHBAYAR AZJARGAL
学位論文題目	Numerical analysis of an inverse problem governed by a one-dimensional hyperbolic equation 1次元波動方程式に関する逆問題の数値解析		
<p>内容要旨</p> <p>Inverse problems often arise in engineering, and they are very important from the practical view point. However, it is very difficult to solve them because they are usually ill-posed. Ill-posed problems are very sensitive to numerical errors. This sensitivity causes the phenomenon of oscillation and destroys the numerical solutions. To avoid oscillation, it was believed that the application of regularization techniques was inevitable, but choosing a suitable method is not easy. Moreover, regularization may lead to incorrect information about the solutions. Thus, we proposed to apply the method of Infinite-Precision Numerical Simulation (IPNS) to inverse problems. IPNS consists of arbitrary-order approximation methods and multiple-precision arithmetic. It enables direct numerical computation of inverse problems.</p> <p>In the thesis paper we study an inverse problem of determining coefficient in a one-dimensional hyperbolic equation. It is one of the basic model inverse problems used in acoustics and geophysics of layered media, flaw detection, optics, etc. It is a nonlinear inverse problem, and so it is not easy to solve it numerically. Moreover, the nonuniqueness of the solution makes it even more difficult. This is because when nonuniqueness holds, the matrix in the discretized problem may be rank deficit. Thus, to check numerically rank deficit for matrices appearing in discretization of an inverse problem we proposed one criterion.</p> <p>Our criterion devoted to the performance of the numerical computation of rank deficit of matrices in multiple precision. Singular value decomposition (SVD) and Gaussian elimination with complete pivoting (GECPE) are compared. GECPE with equilibration (GECPE) is also considered. These methods are applied to some examples, including an example derived from an inverse problem. Numerical results show that our criterion works well and that although both SVD and GECPE also work well, GECPE does not. We believe this criterion will be useful for inverse problems for the investigation of the nonuniqueness of a solution and the suitable choice of regularization method.</p> <p>Accurate data of the direct problem is a very important for solving the inverse problem. Thus one-dimensional hyperbolic equation is solved numerically. Besides solving it numerically, we would like to investigate the smoothness of the solution. Especially, we are interested in the numerical distinction between the smooth solution and the analytic. We apply IPNS for investigating the smoothness of the solution of a one-dimensional hyperbolic equation. Examples which have solutions with various smoothness are considered and solved numerically. Numerical results are satisfactory. This means that the smoothness or analyticity of the solution can be determined numerically.</p>			

論文審査の結果の要旨

報告番号	甲 先 第 179 号	氏 名	ENKHBAYAR AZJARGAL
審査委員	主査 竹内 敏己 副査 今井 仁司 副査 高橋 浩樹		
<p>学位論文題目</p> <p>Numerical analysis of an inverse problem governed by a one-dimensional hyperbolic equation</p> <p>1次元波動方程式に関する逆問題の数値解析</p>			
<p>審査結果の要旨</p> <p>本研究は、一次元波動方程式の逆問題に関する基礎的な研究である。逆問題は資源探査など様々な分野に現れる重要な問題である。ただし、逆問題を解くことは極めて困難であり、非適切な場合には誤差にきわめて敏感になる。さらに、解の一意性の保証もない。このような逆問題の解法を開発するには、順問題を正確に解いてその情報を用いて解法の有効性を調べる必要がある。また、解の一意性を判定し、一意性がないときは正則化を用いる必要がある。逆問題は実用的であるため、解は具体的に求める必要がある。本研究では、これらの要求を満たす数値手法の開発を行った。</p> <p>まず、順問題を正確に解くために、最先端の数値計算法であるIPNS(無限精度数値計算)を用いた。その結果、数値解が極めて精度よく求められた。数値計算の桁数や近似の次数を自由に変えられるIPNSの特性を利用して、数値誤差の振る舞いを調べた結果、解の滑らかさが数値的に判定できることが分かった。それ以上に、解が解析的か滑らかかという極めて微妙な違いを数値的に明らかにすることもできた。解析性は逆問題においては解の存在に関係するため、本研究が逆問題の理論研究に大きく貢献するものと思われる。</p> <p>本研究ではさらに、逆問題の解の一意性を調べる数値手法を開発した。離散化方程式の係数行列のランク落ちを調べることで、解の非一意性を推定するというアイデアに基づく。逆問題の数値計算では多倍長計算が不可欠であるので、ランク計算に利用できる三つのアルゴリズムGECPE, GECPE, SVDを多倍長で実行した。本論文では、多倍長計算に着目して、ランクの定義式にきわめて近い計算式を提案した。理論的にランクが分かっている行列に本手法を適用したところ、ランクを正確に示せることが分かった。さらに、一次元波動方程式の逆問題から得られる連立一次方程式において、ランク落ちが理論的に判明している係数行列に適用したところ、ランク落ちしていることが確認されさらにランクを求めることができた。それ以上に、連立一次方程式の解法としてGECPEより優れていると信じられてきたGECPEが全く役に立たないことが判明した。本研究は、解の非一意性の理論解析に多いに貢献し、効率的な正則化を用いた近似解の構成に貢献するものである。</p> <p>以上、本研究は先端的であり有用性が認められるので、本論文は博士(工学)の学位授与に値するものと判定する。</p>			