

ミュオンコライダーにおけるトップクォーク対生成とCP非保存 ヒッグス相互作用

大熊 一正^{a)}, 小西 卓也^{b)}, 日置 善郎^{c)}

a) 福井工業大学 工学部 経営情報学科

b) 徳島大学 大学院 人間・自然環境研究科

c) 徳島大学 総合科学部 自然システム学科

Top-quark pair productions and CP-violating Higgs interactions at muon colliders

Kazumasa Ohkuma^{a)}, Takuya Konishi^{b)} and Zenrō Hioki^{c)}

a) Department of Information Science, Fukui University of Technology

b) Graduate School of Human and Natural Environment Sciences, University of Tokushima

c) Institute of Theoretical Physics, University of Tokushima

Abstract

We study *CP*-violation effects from possible non-standard Higgs interactions in beyond-the-standard-model physics through top-quark pair productions at $\mu\bar{\mu}$ colliders. We calculate two *CP*-violating asymmetries for longitudinal and transverse beam polarizations, and study their dependence on \sqrt{s} and m_H , the additional Higgs mass. Judging from their computed absolute values, we conclude that there are more chances to find non-standard effects in analyses using A_L , the longitudinal asymmetry, than in those using A_T , the transverse asymmetry.

Keywords: Non-standard Higgs interactions, Top-quark pair productions, CP violation, Muon collider

1 はじめに

ゲージ対称性を持つ場の量子論に基づいて構築された素粒子物理学の標準模型 [1] は、これまで様々な実験結果を矛盾なく説明してきた。しかしながら、標準模型の枠組みの範囲内では、その構成要素である素粒子の質量や相互作用の結合定数等は決めることが出来ず、それらは未知パラメータとして扱わざるをえない。このため、近年の素粒子物理学においては、標準模型に含まれる複数のパラメータ値を予見する、より根元的な新しい模型の構築が精力的に試みられている。但

し、標準模型の見事な現象論的成功を無視することは勿論できない。つまり、どのような新しい模型であれ、そこには標準模型が低エネルギー有効理論として含まれていなければならない。従って、新模型構築においては、標準模型がどのように拡張できるかを実験的に詳細に調べることが重要となる。

本論文ではミュオンコライダー実験を想定し、ミュオン-反ミュオン衝突によって生じるトップクォーク対生成過程 ($\mu\bar{\mu} \rightarrow t\bar{t}$) において、標準模型に含まれるヒッグスセクタの拡張可能性を、特定の模型に依

存することなく現象論的にテストする方法を探る。以下に述べるように、この反応にはヒッグス粒子がその伝播関数を通じて無視できない寄与をすると期待できるのである。

ヒッグス粒子は既に標準模型の枠組みにおいて必要不可欠とされる粒子であるが、その存在は現在でも実験的には確認されていない。また、その数（種類）に対する強い理論的制限も知られてはいない。このため、標準模型を拡張する多くの模型においては、このヒッグスセクタも拡張されている [2]。また、終状態として観測されるトップクォークは、標準模型の枠組みにおいては最も近年に発見された粒子であり [3]、約 180 GeV [4] という大きい質量のため、現在でもその発見に至った Fermi 研究所の加速器 “Tevatron” でしか観測できていない。このため、トップクォークは他のクォーク程には精密測定が行なわれておらず、その振る舞い自体が標準模型で記述できるかどうかを含めて、トップクォークを巡る物理は現在でも重要な研究課題の一つとなっている。

他方、実験手段となるミュオンコライダー [5] は、Large Hadron Collider [6] と International Linear Collider [7] に続いて計画されている高エネルギー加速器である。電子とミュオンの性質の類似性から、一見、電子陽電子衝突型加速器と大きな差はないように思われるかも知れない。しかしながら、ヒッグス粒子とフェルミオンの結合がそのフェルミオンの質量に比例すること及びミュオン質量は電子質量の約 200 倍であることを考えれば、 s -channel でのヒッグス粒子交換反応が直接観測できるかも知れないという期待が生まれる。これは、実験の（重心系の）エネルギー調節により、ヒッグス粒子の質量や相互作用を精密測定できる可能性を示唆している。

以上の点から、本研究で着目する過程 $\mu\bar{\mu} \rightarrow t\bar{t}$ は、現段階での実験的な制限に抵触することなく標準模型のヒッグスセクタを拡張しようとする試みに対して有用な情報を与えると期待される。本論文は以下のように構成される：まず、次節において我々の計算の枠組みを示す。続いて 3 節において具体的な数値計算に入る。そこでは入射ビーム偏極として縦偏極と横偏極を想定して CP の破れを表す 2 種類の非対称性を導入し、その測定可能性を数値計算結果に基づいて検討する。最終節では主な結果をまとめ、同時に今後の課題にも触れる。

2 計算の枠組み

前節で述べたように、我々の目的は「特定の模型に依存しない解析」を行うことであり、標準模型の拡張として新たに仮定する非標準ヒッグス粒子とミュオン及びトップクォークの結合については、最も一般的な共変形を用いる。以下では標準模型のヒッグス粒子は h で、非標準ヒッグス粒子は H で表すことにする。

2.1 相互作用ラグランジアン

我々の計算に関与する相互作用ラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_\gamma + \mathcal{L}_Z + \mathcal{L}_h + \mathcal{L}_H \quad (1)$$

と表すことができる。ここで、 $\mathcal{L}_{\gamma,Z}$ は、標準模型のゲージ相互作用（電磁相互作用と中性弱相互作用）を記述するラグランジアンであり、それぞれ

$$\mathcal{L}_\gamma = \sum_{i=\mu,t} Q_i : \bar{\psi}_i \gamma_\alpha \psi_i : A^\alpha \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_Z = \frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{i=\mu,t} : \bar{\psi}_i \gamma_\alpha (A_i + B_i \gamma_5) \psi_i : Z^\alpha \quad (3)$$

で与えられる。但し、 Q_i はミュオン ($i = \mu$)、トップクォーク ($i = t$) の電荷、 g は $SU(2)$ 結合定数、 θ_W はワインバーグ角であり、また、 $A_{\mu,t}$ と $B_{\mu,t}$ は

$$A_\mu = -1 + 4 \sin^2 \theta_W, \quad B_\mu = 1 \quad (4)$$

$$A_t = 1 - (8/3) \sin^2 \theta_W, \quad B_t = -1 \quad (5)$$

で与えられる。

同様に、 \mathcal{L}_h は、標準模型のヒッグススカラー相互作用を記述するラグランジアン

$$\mathcal{L}_h = - \sum_{i=\mu,t} \frac{m_i}{v} : \bar{\psi}_i \psi_i : h \quad (6)$$

であり、最後の項 \mathcal{L}_H が非標準ヒッグス相互作用を表している。これについては、我々は上述のように最も一般的な共変形

$$\mathcal{L}_H = - \sum_{i=\mu,t} \frac{m_i}{v} : \bar{\psi}_i (a_i + b_i \gamma_5) \psi_i : H \quad (7)$$

を仮定する。ここで、 m_μ 、 m_t 、 v はそれぞれミュオンの質量、トップクォークの質量、標準ヒッグス場の真空期待値 ($v \sim 246$ GeV) である。また、 a_i 、 b_i については、形状因子の可能性も含めるため複素数として扱う。

2.2 CP 非対称性

C 変換 (荷電共役変換) とは, 粒子と反粒子を入れ替える変換である. これは言わば内部対称性なので, 運動量やスピンなどの外部変数は影響を受けない. 一方, P 変換 (空間反転) は空間座標 \mathbf{x} を $-\mathbf{x}$ に変える変換であり, それに伴って運動量も \mathbf{p} から $-\mathbf{p}$ に符号を変える. 但し, スピンは軌道角運動量 $\mathbf{x} \times \mathbf{p}$ と同じ軸性ベクトルであるため, その符号は変わらない.

この二つを結合した CP 変換の下では標準模型の相互作用 $\mathcal{L}_{\gamma,Z,h}$ が不変であることはよく知られている. これに対して, \mathcal{L}_H を構成するスカラー及び擬スカラーカレント密度は

$$(CP)\bar{\psi}(x)\psi(x)(CP)^{-1} = +\bar{\psi}(\tilde{x})\psi(\tilde{x}) \quad (8)$$

$$(CP)\bar{\psi}(x)\gamma_5\psi(x)(CP)^{-1} = -\bar{\psi}(\tilde{x})\gamma_5\psi(\tilde{x}) \quad (9)$$

$$(x = (t, \mathbf{x}), \tilde{x} = (t, -\mathbf{x}))$$

のように異なる変換性を示すため (例えば文献 [8] の付録 4, 5 参照), 式 (7) から明らかなように, $a_i b_i = 0$ でない限り \mathcal{L}_H は CP 対称性を破ってしまう. この CP 非保存結合の影響が, $\mu\bar{\mu} \rightarrow t\bar{t}$ の散乱断面積にどの程度現れるかを調べるのが本論文の主題である.

2.3 不変散乱振幅

$\mu\bar{\mu} \rightarrow (\gamma, Z, h, H) \rightarrow t\bar{t}$ 過程の不変散乱振幅は次のように記述することができる:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_h + \mathcal{M}_H \quad (10)$$

ここで, $\mathcal{M}_{\gamma,Z}$ は γ, Z 交換項

$$\mathcal{M}_\gamma = D_\gamma(s) \bar{u}(\mathbf{p}_t)\gamma^\alpha v(\mathbf{p}_{\bar{t}})\bar{v}(\mathbf{p}_{\bar{\mu}})\gamma_\alpha u(\mathbf{p}_\mu) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Z &= D_Z(s) \bar{u}(\mathbf{p}_t)\gamma^\alpha (A_t + B_t\gamma_5)v(\mathbf{p}_{\bar{t}}) \\ &\times \bar{v}(\mathbf{p}_{\bar{\mu}})\gamma_\alpha (A_\mu + B_\mu\gamma_5)u(\mathbf{p}_\mu) \end{aligned} \quad (12)$$

但し,

$$D_\gamma(s) \equiv -\frac{2}{3}e^2\frac{1}{s} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} D_Z(s) &\equiv \frac{g^2}{16\cos^2\theta_W} \frac{1}{s - M_Z^2} \\ &(s \equiv (p_\mu + p_{\bar{\mu}})^2) \end{aligned} \quad (14)$$

であり, $\mathcal{M}_{h,H}$ はヒッグス交換項

$$\mathcal{M}_h = D_h(s) \bar{u}(\mathbf{p}_t)v(\mathbf{p}_{\bar{t}})\bar{v}(\mathbf{p}_{\bar{\mu}})u(\mathbf{p}_\mu) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_H &= D_H(s) \bar{u}(\mathbf{p}_t)(a_t + b_t\gamma_5)v(\mathbf{p}_{\bar{t}}) \\ &\times \bar{v}(\mathbf{p}_{\bar{\mu}})(a_\mu + b_\mu\gamma_5)u(\mathbf{p}_\mu) \end{aligned} \quad (16)$$

但し,

$$D_i(s) \equiv \frac{m_\mu m_t}{v^2} \frac{1}{m_i^2 - s - im_i\Gamma_i} \quad (17)$$

($i = h, H$) である. $\Gamma_{h,H}$ はそれぞれ h, H の崩壊幅であり, もちろん両者は異なる量であるが, その差は大きいとは考えられないので, 以下では両者とも標準模型で与えられる値 (m_i の関数) を用いることにする [9].

2.4 ビーム偏極

単位ベクトル \mathbf{s} で表される任意の向きへのミューオンビームの偏極度 P は,

$$P = \frac{\rho_{+s} - \rho_{-s}}{\rho_{+s} + \rho_{-s}} \quad (18)$$

と定義される. ここで, $\rho_{\pm s}$ はビーム内で $\pm \mathbf{s}$ 向きのスピンをもつミューオンの個数密度である. このような偏極の効果は, 断面積の計算段階で現れるミューオンスピノル射影演算子の中のスピン演算子を P 倍することで取り入れることが出来る. つまり, $(0, P\mathbf{s})$ を静止系でのスピンベクトルとして扱う訳である. これは, \mathbf{p}_μ の向きに z 軸をとり \mathbf{s} の方位角を ϕ とし, $P_L = P s_z$, $P_T = \sqrt{P^2 - P_L^2}$ と置くことにより

$$(0, P\mathbf{s}) = (0, P_T \cos \phi, P_T \sin \phi, P_L) \quad (19)$$

と表すことができる. 本論文では $P = 1$ の場合に焦点を絞る.

上の (19) 式を $\mu, \bar{\mu}$ の動きに合わせてローレンツ変換することにより, 両者の重心系でのスピンベクトルは

$$s^\alpha = (P_L\gamma\beta, P_T \cos \phi, P_T \sin \phi, P_L\gamma) \quad (20)$$

$$\bar{s}^\alpha = (\bar{P}_L\gamma\beta, \bar{P}_T \cos \bar{\phi}, \bar{P}_T \sin \bar{\phi}, -\bar{P}_L\gamma) \quad (21)$$

と得られる. ここで, β, γ はローレンツ変換に現れる因子

$$\beta \equiv \sqrt{1 - 4m_\mu^2/s}, \quad \gamma \equiv 1/\sqrt{1 - \beta^2} \quad (22)$$

である. この座標系での μ と $\bar{\mu}$ の運動量は

$$p^\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{s}(1, 0, 0, \beta), \quad \bar{p}^\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{s}(1, 0, 0, -\beta) \quad (23)$$

で与えられるので, これを式 (19), (20), (21) と比較すれば P_L, \bar{P}_L は $\mu, \bar{\mu}$ の縦 (ビーム軸に並行) 方向の偏極度, つまりはヘリシティを, また P_T, \bar{P}_T は横 (ビーム軸に垂直) 方向の偏極度を表すパラメータであることがわかる.

3 数値計算

前節に必要な準備は整った。まずはじめに求めなければならない量は散乱断面積 $\sigma(\mu\bar{\mu} \rightarrow t\bar{t})$ であるが、これは、不変散乱振幅 (10) から出発し、よく知られた場の量子論の公式に従って進めば到達できる [8]。なお、不変散乱振幅の2乗を求める計算 (主に γ 行列のトレース計算) においては、代数計算システム FORM [10] を用いた。但し、解析的な結果は非常に長いので、ここではそれに基づく数値結果のみを示すことにする。

以下では、二つの CP 非保存パラメータを数値的に調べるが、その際、例として標準模型のヒッグス粒子の質量 m_h は 150 GeV, 非標準ヒッグス結合の係数 $a_{\mu,t}, b_{\mu,t}$ はミューオン, トップクォーク共に全て (実部および虚部) 0.1 ととる。

3.1 縦偏極ビーム

まず、縦偏極した入射ビーム ($|P_L| = |\bar{P}_L| = 1, P_T = \bar{P}_T = 0$) を考え、次のような量 (非対称性) を導入する：

$$A_L = \frac{\sigma(++) - \sigma(--)}{\sigma(++) + \sigma(--)} \quad (24)$$

ここで、 $\sigma(++)$, $\sigma(--)$ はそれぞれ $\sigma(P_L = +1, \bar{P}_L = +1)$, $\sigma(P_L = -1, \bar{P}_L = -1)$ を表している。2.2 で述べたように、CP 変換の下では、 μ と $\bar{\mu}$ が入れ替わり運動量の向きも逆転する一方でスピンは不変であるため、二つの状態 $|\mu(+)\bar{\mu}(+)\rangle$ と $|\mu(-)\bar{\mu}(-)\rangle$ はこの変換の下で入れ替わることになる。従って、もし CP 対称性が破れていれば $\sigma(++) \neq \sigma(--)$ となり、 A_L は CP 非保存観測量となる訳である。

図 1 は、 A_L をエネルギー \sqrt{s} の関数として表している。非標準ヒッグス粒子の質量としては $m_H = 300, 400, 500$ GeV を想定した。どの値も \sqrt{s} の増加と共に減少していくが、その絶対値は $10^{-3} \sim 10^{-1}$ と小さくはないので測定できる可能性があると言える。

図 2 は、非標準ヒッグス粒子の質量と A_L の関係を調べたものである。 \sqrt{s} の値としては 500 GeV と 1000 GeV を想定している。 $\sqrt{s} = 500$ GeV の時は $m_H = 500$ GeV 付近で、1000 GeV の時は $m_H = 900$ GeV のあたりで A_L がピークになっているが、これは H の伝播関数の寄与であることは明らかだろう。

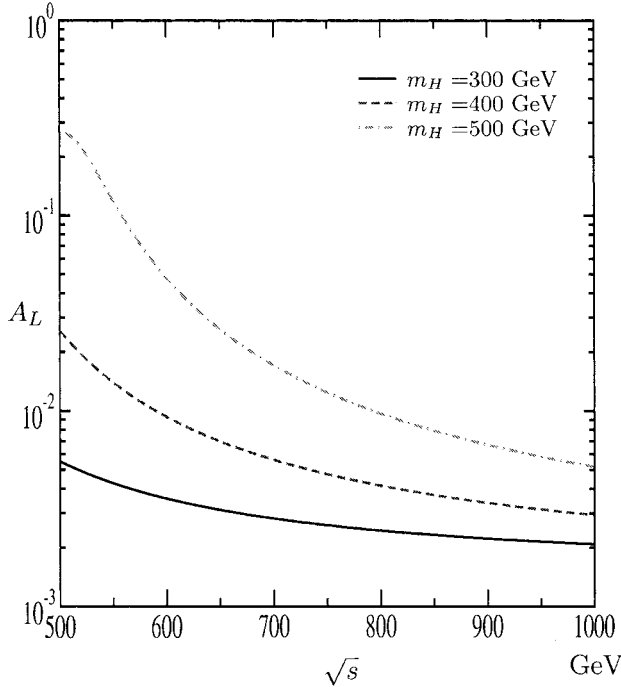


図 1: A_L の \sqrt{s} 依存性

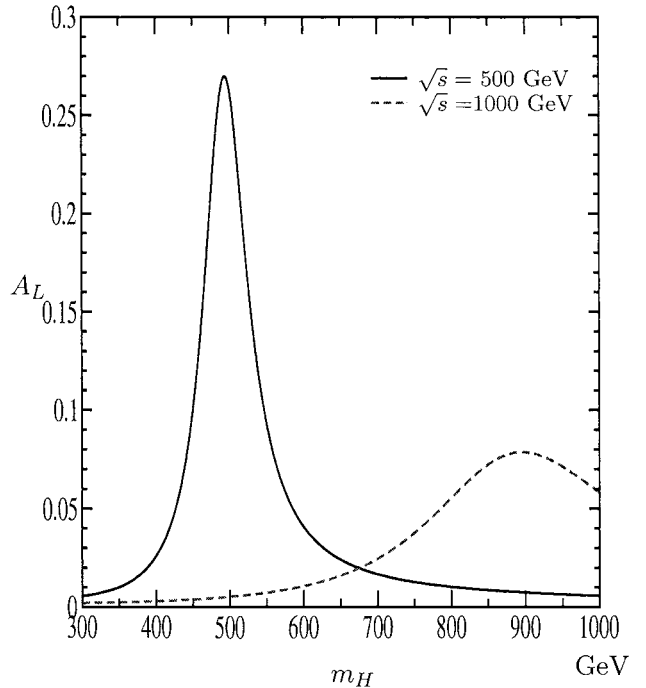
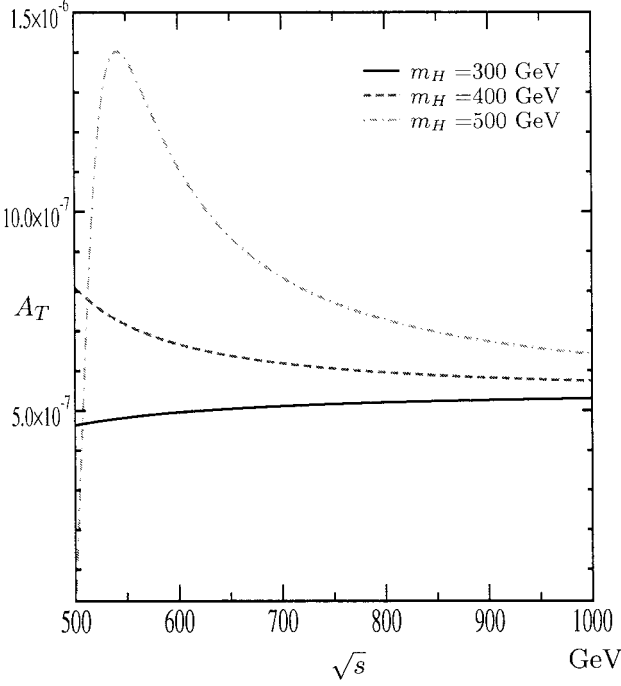
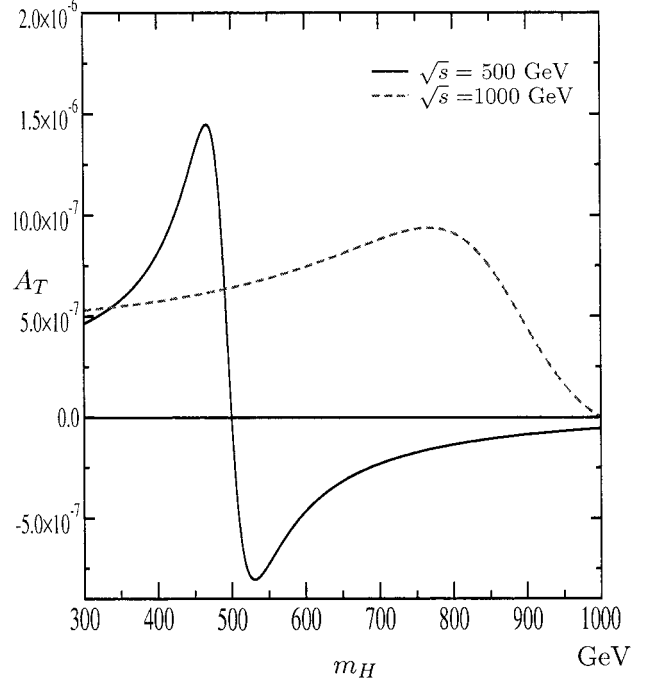


図 2: A_L の m_H 依存性


 図 3: A_T の \sqrt{s} 依存性

 図 4: A_T の m_H 依存性

3.2 横偏極ビーム

次に、横偏極したビーム ($P_T = \bar{P}_T = 1$, $P_L = \bar{P}_L = 0$) を仮定しよう. この場合, (20, 21) 式からわかるように, スピンベクトルの向きはその方位角 ϕ と $\bar{\phi}$ で指定されるが, ビーム軸 (z 軸) に垂直な面内には特別な方向は存在しないことから全断面積は両者の差 $\chi \equiv \phi - \bar{\phi}$ のみに依存する. これを念頭に置いて再び CP 変換の下での粒子・反粒子, 運動量やスピンの振る舞いを考えれば, 次の量も CP 非対称性となることがわかる:

$$A_T = \frac{\sigma(\chi = \pi/2) - \sigma(\chi = -\pi/2)}{\sigma(\chi = \pi/2) + \sigma(\chi = -\pi/2)} \quad (25)$$

図 3 は, この A_T を \sqrt{s} の関数として表したものである. A_L の時と同じく非標準ヒッグス粒子の質量としては 300, 400, 500 GeV を想定した. また, 図 4 は m_H を横軸に, A_T を縦軸にとったものである. A_L の時と同じく, エネルギーの値として 500 GeV と 1000 GeV を想定している. A_L の場合と比較すると A_T の絶対値は $5.0 \times 10^{-7} \sim 1.4 \times 10^{-6}$ と非常に小さい. 従って, その振る舞いは興味深いものの観測は難しいと言わざるを得ないだろう.

3.3 検出可能性

最後に A_L の検出可能性について, もう少し具体的な計算を試みよう. 例えば $\sqrt{s} = 500$ GeV, $m_H = 500$ GeV の場合, 断面積は非標準ヒッグス結合 $\text{Re } a_{\mu,t} = \text{Re } b_{\mu,t} = \text{Im } a_{\mu,t} = \text{Im } b_{\mu,t} = 0.1$ に対して $\sigma(++) = 1.3 \times 10^{-2}$ fb, $\sigma(--) = 7.8 \times 10^{-3}$ fb となるので, 積分ルミノシティ = 1000 fb $^{-1}$ が達成された場合には約 20 の反応が期待できる. これから期待される統計誤差 (標準偏差) は 0.22 となるが, 一方で $A_L \simeq 0.26$ であるので少なくとも 1.2σ のレベルで $A_L \neq 0$ が確認できることになる. 但し, この値は非標準ヒッグス結合に依存して変化 (増減) することは勿論である.

ヒッグス粒子探索においては $\mu\bar{\mu}$ 反応と $e\bar{e}$ 反応には大きな差があることは既に 1 節で述べたが, ここで仮に今考えている過程が $e\bar{e} \rightarrow t\bar{t}$ だったらどのような結論になるかを簡単に見ておこう. 必要な作業は, 単にここでの計算の中で m_μ を m_e に置き換えるだけである. その結果は, 同じ 1000 fb $^{-1}$ という積分ルミノシティに対して反応期待数 $\sim O(10^{-4})$ であり, これより A_L の測定は現実的には不可能であることがわかる. ここに改めてミューオンコライダーの意義を見ることができる.

4 まとめ

この論文では、標準模型を超える新しい物理の一つの可能性として、ミューオン、トップクォークなどの既存粒子と CP 非保存相互作用を行う非標準的ヒッグス粒子を仮定し、その性質をミューオン衝突型加速器（ミューオンコライダー）におけるトップクォーク対生成を通じて探る可能性につき考察した。我々の方針は「特定の模型に依存しない解析」であり、仮定した非標準ヒッグス粒子とミューオンおよびトップクォークの結合についても最も一般的な共変形を用いた。

この一般的相互作用に基づき、我々は2種類の CP 非対称性 A_L （縦偏極非対称性）と A_T （横偏極非対称性）を計算し、その \sqrt{s} , m_H 依存性を調べた（図1～4）。その結果、両非対称性とも興味深い振る舞いを示すものの、 A_T はその絶対値が非常に小さく、実験での測定は難しいであろうことがわかった。これに対して A_L の方は、非標準ヒッグス粒子とトップクォーク・ミューオンとの結合定数がある程度の大きさであれば観測可能であろうことが明らかになった。我々は、更にこの A_L については、実際に測定された場合に予想される統計精度についての数値的な評価も行った。

我々の本論文での研究は、終状態としてトップクォーク対を用いている。しかしながら、実際の実験において、生成されたトップクォーク対の情報を詳しく再現することは、不可能ではないが容易でもない。より現実的な解析を実行するためには、更にトップクォークが崩壊して放出する軽いレプトン（電子、ミューオン）のエネルギー分布や角度分布を調べなければならないが、これが我々の次の課題である。また、我々は始状態（ミューオン）の偏極を用いて CP 非対称性を調べたが、これは終状態のトップクォーク対の偏極に置き換えることも可能であり、これも次の課題として興味深い。ミューオンコライダーが実現された際には、このような解析を通じて標準模型を超える世界にも光が当たるようになることを期待したい。

謝辞

本研究は文部科学省からの科学研究費補助金（大熊：若手研究 No.17740157）ならびに日本学術振興会からの科学研究費補助金（日置：基盤研究 No.13135219, 特定領域研究 No.16540258）の支援を受けて実施された。また、計算システム FORM を用いた代数計算は、

京都大学基礎物理学研究所の計算機上で実行された。

文献

- [1] 例えば、原康夫、稲見武夫、青木健一郎、“素粒子物理学”，朝倉書店，2000年。
- [2] J.F. Gunion, H.E. Haber, G.L. Kane and S. Dawson, “*THE HIGGS HUNTER’S GUIDE*” (Frontiers in Physics, Vol.80), Perseus Books, 1995年; 同 Errata, hep-ph/9302272.
- [3] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 225;
S. Abachi *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.
- [4] W.M. Yao *et al.* [Particle Data Group], *J. Phys. G* **33** (2006) 1.
- [5] ミューオンコライダーに関する情報は The Neutrino Factory and Muon Collider Collaboration (NFMCC), <http://www.cap.bnl.gov/mumu/> を参照。
- [6] Large Hadron Collider (LHC) に関する情報は <http://lhc.web.cern.ch/lhc/> を参照。
- [7] International Linear Collider (ILC) に関する情報は <http://www.linearcollider.org/cms/> を参照。出版物としては、K. Abe *et al.* [ACFA Linear Collider Working Group], “*Particle physics experiments at JLC*”, (hep-ph/0109166) が挙げられる。
- [8] 日置善郎，“場の量子論－摂動計算の基礎－”（改訂版），吉岡書店，2005年。
- [9] A. Djouadi, J. Kalinowski and M. Spira, *Comput. Phys. Commun.* **108** (1998) 56 (hep-ph/9704448).
- [10] J.A.M. Vermaseren, “*Symbolic Manipulation with FORM*”, version 2, Tutorial and Reference Manual, CAN, Amsterdam 1991, ISBN 90-74116-01-9.