

# パートン衝突でのトップクォーク対生成・崩壊における 終状態レプトン運動量分布と非標準トップ相互作用

大熊 一正<sup>a)</sup>, 日置 善郎<sup>b)</sup>

a) 福井工業大学 工学部 経営情報学科  
b) 徳島大学大学院ソシオアーツ&サイエンス研究部

---

## Anomalous top-couplings and momentum distributions of the final-lepton from $t\bar{t}$ productions/decays in parton collisions

Kazumasa Ohkuma<sup>a)</sup> and Zenrō Hioki<sup>b)</sup>

a) Department of Information Science, Fukui University of Technology  
b) Institute of Theoretical Physics, University of Tokushima

### Abstract

We study the momentum distributions of the final-state charged lepton in parton-parton collisions  $q\bar{q}, gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  ( $\ell = e$  or  $\mu$ ), considering their application to actual experimental-data analyses at high-energy hadron colliders, i.e., Tevatron and Large Hadron Collider (LHC). Assuming general anomalous  $t\bar{t}g + t\bar{t}gg$  and  $tbW$  couplings, we derive analytical formulas for the above distributions based on Kawasaki-Shirafuji-Tsai formalism. We there take into account all the terms on the former-coupling parameters while up to the linear terms about the latter. We then calculate the lepton energy- and angular-distributions to clarify how they are affected by the anomalous couplings, and also search, through the total cross sections, for the parameter range where quadratic (or higher-order) terms of nonstandard QCD couplings can safely be neglected and consequently we can carry out the optimal-observable analysis properly for estimating the expected statistical uncertainties in parameter measurements.

*Keywords: Hadron colliders, Nonstandard couplings, Top-quark productions, Lepton distributions*

---

## 1 はじめに

素粒子物理学の標準模型は、その完成以来実に様々な現象の記述に成功を続けており、現時点でも実験データとの深刻な不一致は一切見つかっていない [1]。しかしながら、この模型は、繰り込み可能な量子場力学に基づいたものとは言え多分に「現象論的」な性格で

あることは否めず、それゆえ理論的観点からはこれを究極法則を与える体系と受け止めることは難しい。このため、近年の素粒子物理学においては、より根源的な基礎理論体系の探索が大きな課題となり、それに向かって精力的な研究が進められている。

これまで我々は、このような「標準模型を超える（或いは背後に潜む）新しい物理」の探求において、特定

の模型には依存することなく一般的枠組みにおいて解析を進めるという立場で研究を行ってきた（例えば文献 [2, 3]）。この「特定の模型に依存しない解析」においては、様々な素粒子間相互作用を一般的な形で書き表し、そこに含まれる未定係数を実験データから決定する、あるいは制限付けるというのが作業手順となる。ただ、これは数多くの未定パラメータの導入を認めることになり、その結果、解析内容も漠然としたものに留まるといふ恐れもある。この点を考慮し、かつ一般性を出来る限り保つ方法は、あるエネルギースケール  $\Lambda$  で特徴付けられる新理論の存在を仮定し、それが  $\Lambda$  以下の世界に生み出す非標準的相互作用を「有効演算子」の形で表現するものである。この場合には解析すべき対象（演算子）の数が制限されるが、新物理がどのようなものであれこのシナリオは無理のない自然なものであり、一般性を大きく損なうことなくより定量的な結論を導出できると期待できる。

このような仮定の下で出現する有効演算子を系統的に整理したのは Buchmüller 他 [4] であり、彼らの結果に基づいて多様なフェルミオン-ゲージボソン結合や 4-フェルミオン結合などが具体的に導き出された。ところが、その後、彼らが与えた有効演算子の幾つかは互いに運動方程式を通じて関係付けられること、つまり独立ではないことが明らかになってきた [3]。これは、文献 [4] に基づく解析が不必要に複雑になっていた可能性もあることを意味する。この問題の解決を図るため、文献 [5, 6] において独立な有効演算子の系統的な再整理が行われた。

この枠組みにおいては、電弱相互作用だけではなく強相互作用 (QCD) に対しても非標準的な結合が生まれてくる。これは、既に高い精度で検証されている軽いクォーク ( $u, d, c, s, b$ ) の結合に関しては考えにくいことであるが、トップクォークに関してはそのような非標準的結合が関与できる余地も残されている。それは、トップクォーク結合の解析がまだ十分には行われていないという事実に加え、その巨大な質量から考えてトップが新物理への“窓口”になっている可能性も大いにあるからである。

このような考察の下、ここでは前論文 [7] で行った解析を発展させ、ハドロン衝突実験、すなわちフェルミ国立加速器研究所 (FNAL) の加速器“Tevatron”での陽子-反陽子衝突実験 [8] および欧州原子核研究施設 (CERN) の大型ハドロン加速器“Large Hadron Collider (LHC)”での陽子-陽子衝突実験 [9]、でのトップクォーク対生成とその半レプトン崩壊で生まれる終状態荷電レプトンの運動量分布を通じて、標準模型に含

まれるトップ-グルオン結合ならびにトップ- $W$  ボソン結合の拡張可能性を、特定の模型に依存することなく検証する方法を考察する。但し、実際の解析をはじめからハドロンレベルで行うと膨大な数値計算時間が必要となり非効率的であるため、本論文では2つの加速器に共通するパートン衝突に焦点を絞り、現実のデータを解析するための基礎を整備することとする。

本論文の構成は次の通りである：第2節において、我々が計算を進める際に用いる基本的枠組みを示し、それに基づいて  $q\bar{q}, gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  の微分断面積の解析的な式を導出する。続く第3節において、上記反応における終状態レプトン  $\ell^+$  のエネルギー・角分布を求め、更に最適観測量解析法の適用可能性を探るために同反応の全断面積を用いてパラメータの線形近似が有効となる領域を求める。最終節では主な結果をまとめると同時に今後の課題も検討する。付録においては、教育的効果も考慮し、我々の断面積計算の基礎となっている川崎-白藤-蔡の公式を、現代的な共変的規格化において導き出す。

## 2 計算の枠組み

### 2.1 相互作用ラグランジアン

第1節で述べたように、我々の目的は「トップクォーク-グルオン結合およびトップクォーク- $W$  ボソン結合を特定模型に依存することなく解析する」ことである。文献 [4] に従って、 $\Lambda$  というエネルギースケールおよび  $G$  というゲージ群で特徴づけられる新物理体系を仮定すれば、それより低いエネルギーの世界は標準模型の対称性である  $G_{\text{SM}}(C G) = SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  群が支配する標準素粒子の世界となり、 $G \rightarrow G_{\text{SM}}$  という対称性の自発的破れで  $O(\Lambda)$  の質量を得たゲージボソンの交換による相互作用の効果は、 $G_{\text{SM}}$ -不変性をもつ繰り込み不可能な有効演算子の形で現れることになる。従って、それらの演算子を  $\mathcal{O}_i$ 、標準模型ラグランジアンを  $\mathcal{L}_{\text{SM}}$  と表せば、我々の世界を記述するラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{1}{\Lambda^2} \sum_i \left[ C_i \mathcal{O}_i + C_i^* \mathcal{O}_i^\dagger \right] \quad (1)$$

となる ( $C_i$  は  $\mathcal{O}_i$  の寄与を特徴づける未知係数)。このような枠組みで我々がまず行うことは独立な有効演算子の確定だが、これは前述のように論文 [5, 6] で系統的に行われている。

## トップ-グルオン結合

トップ-グルオン ( $t\bar{t}g + t\bar{t}gg$ ) 結合に関しては,

$$O_{uG\phi}^{33} = \sum_a \bar{q}_{L3}(x) \lambda^a \sigma^{\mu\nu} u_{R3}(x) \tilde{\phi}(x) G_{\mu\nu}^a(x) \quad (2)$$

が唯一の独立な次元6の有効演算子である。但し、ここでは [5] の記法に従い、 $q_{L3}$  は左巻  $SU(2)$  二重項の第3世代 ( $t, b$ ) $_L^t$ ,  $u_{R3}$  は右巻  $SU(2)$  一重項 (up-タイプ, すなわち  $t_R$ ),  $\tilde{\phi} \equiv i\tau^2 \phi^*$  ( $\phi$  はヒッグス二重項),  $G_{\mu\nu}^a$  は  $SU(3)$  ゲージ場 (=グルオン場) テンソル

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s \sum_{b,c} f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c$$

( $g_s$ ,  $f_{abc}$  はそれぞれ  $SU(3)$  の結合定数および構造定数) を表している。

これより解析の出発点となるトップ-グルオン相互作用ラグランジアンは

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{t\bar{t}g,gg} = & -\frac{1}{2} g_s \sum_a \left[ \bar{\psi}_t(x) \lambda^a \gamma^\mu \psi_t(x) G_\mu^a(x) \right. \\ & \left. - \bar{\psi}_t(x) \lambda^a \frac{\sigma^{\mu\nu}}{m_t} (d_V + id_A \gamma_5) \psi_t(x) G_{\mu\nu}^a(x) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

と与えられる。但し、ここで、

$$d_V \equiv \frac{\sqrt{2} v m_t}{g_s \Lambda^2} \text{Re}(C_{uG\phi}^{33}), \quad d_A \equiv \frac{\sqrt{2} v m_t}{g_s \Lambda^2} \text{Im}(C_{uG\phi}^{33})$$

であり、 $v$  はヒッグス場の真空期待値 (= 246 GeV) を示す。また、 $gg \rightarrow t\bar{t}$  には  $G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$  項も寄与する。

 トップ- $W$  ボソン結合

トップ- $W$  ボソン ( $tbW$ ) 結合に関与する次元6演算子は

$$O_{\phi q}^{(3,33)} = i \sum_I [\phi^\dagger(x) \tau^I D_\mu \phi(x)] [\bar{q}_{L3}(x) \gamma^\mu \tau^I q_{L3}(x)] \quad (4)$$

$$O_{\phi\phi}^{33} = i [\tilde{\phi}^\dagger(x) D_\mu \phi(x)] [\bar{u}_{R3}(x) \gamma^\mu d_{R3}(x)] \quad (5)$$

$$O_{uW}^{33} = \sum_I \bar{q}_{L3}(x) \sigma^{\mu\nu} \tau^I u_{R3}(x) \tilde{\phi}(x) W_{\mu\nu}^I(x) \quad (6)$$

$$O_{dW}^{33} = \sum_I \bar{q}_{L3}(x) \sigma^{\mu\nu} \tau^I d_{R3}(x) \phi(x) W_{\mu\nu}^I(x) \quad (7)$$

である。但し、 $D_\mu$  は共変微分、 $d_{R3}$  は右巻の第3世代  $SU(2)$  一重項 (down-タイプ, すなわち  $b_R$ ) であり、 $W_{\mu\nu}^I$  は  $SU(2)$  ゲージ場テンソル

$$W_{\mu\nu}^I = \partial_\mu W_\nu^I - \partial_\nu W_\mu^I - g \sum_{J,K} \epsilon_{IJK} W_\mu^J W_\nu^K$$

( $g$ ,  $\epsilon_{IJK}$  はそれぞれ  $SU(2)$  の結合定数および構造定数) を表す。

これよりトップ- $W$  ボソン相互作用ラグランジアンは

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{tbW} & = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\psi}_b(x) \gamma^\mu (f_1^L P_L + f_1^R P_R) \psi_t(x) W_\mu^-(x) \right. \\ & \left. + \bar{\psi}_b(x) \frac{\sigma^{\mu\nu}}{M_W} (f_2^L P_L + f_2^R P_R) \psi_t(x) \partial_\mu W_\nu^-(x) \right] \quad (8) \end{aligned}$$

となる。但し、ここで  $P_{L/R} \equiv (1 \mp \gamma_5)/2$ ,

$$f_1^L \equiv V_{tb} + C_{\phi q}^{(3,33)*} \frac{v^2}{\Lambda^2}, \quad f_1^R \equiv C_{\phi\phi}^{33*} \frac{v^2}{2\Lambda^2},$$

$$f_2^L \equiv -\sqrt{2} C_{dW}^{33*} \frac{v^2}{\Lambda^2}, \quad f_2^R \equiv -\sqrt{2} C_{uW}^{33} \frac{v^2}{\Lambda^2}$$

であり、また、 $V_{tb}$  は小林-益川行列の ( $tb$ ) 成分を意味する。なお、 $t \rightarrow bW^+$  に引き続く  $W^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$  崩壊に対しては標準模型ラグランジアンを適用する。

## 2.2 終状態レプトン運動量分布

ここでは 2.1 で与えたラグランジアンに基づき、川崎-白藤-蔡の技法 (公式) を用いてパートン衝突  $q\bar{q}, gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  における終状態レプトンのエネルギー・角分布を解析的に導出する。この技法は重い粒子の生成・崩壊で生まれる終状態粒子の運動量分布を計算する際に極めて有用で、この重い粒子の質量を  $m$ , 全崩壊幅を  $\Gamma$  とするとき  $m \gg \Gamma$  が満たされ、その結果として伝播関数において Narrow-width 近似

$$\left| \frac{1}{p^2 - m^2 + im\Gamma} \right|^2 \simeq \frac{\pi}{m\Gamma} \delta(p^2 - m^2)$$

がよい精度で成り立つ場合に用いることができる。

この Narrow-width 近似が適用可能かどうかの判断には注意を要するという指摘があるが [11], トップ及び  $W$  ボソンにおいては  $m_t (= 171.3 \pm 1.6 \text{ GeV}) \gg \Gamma_t (= 2.1 \pm 0.6 \text{ GeV})$  及び  $M_W (= 80.398 \pm 0.025 \text{ GeV}) \gg \Gamma_W (= 2.141 \pm 0.041 \text{ GeV})$  [12, 13] なので、必要な条件は十分に満たされている。

この枠組みにおいては、 $p_1 p_2 \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  という反応における終状態レプトン  $\ell^+$  の運動量分布は

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma}{d^3\mathbf{p}_\ell} (p_1 p_2 \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X) \\ & = 4 \int d\Omega_t \frac{d\sigma}{d\Omega_t} (n, 0) \frac{1}{\Gamma_t} \frac{d\Gamma_\ell}{d^3\mathbf{p}_\ell} (t \rightarrow b\ell^+ \nu) \quad (9) \end{aligned}$$

と与えられる。ここで、 $\Gamma_\ell$  は無偏極トップの  $t \rightarrow b\ell^+ \nu$  崩壊幅であり、 $d\sigma(n, 0)/d\Omega_t$  はスピンベクトル  $s_t, s_{\bar{t}}$

を持つトップ・反トップの対生成断面積  $d\sigma(s_t, s_{\bar{t}})/d\Omega_t$  において

$$s_t \rightarrow n = \frac{m_t}{p_t p_\ell} p_\ell - \frac{1}{m_t} p_t, \quad s_{\bar{t}} \rightarrow 0 \quad (10)$$

という置き換えを施した量である ( $s_t$  と  $s_{\bar{t}}$  の役割を交換し,  $n$  の符号を逆転させれば  $\bar{t}$  崩壊から生まれる  $\ell^-$  の分布が得られる). 前節末で述べたように, 上記公式 (9) の導出を付録において示す.

我々は, 以下の計算においてトップ以外の全てのフェルミオンの質量を 0, 小林-益川行列の  $(tb)$  成分は 1 と置く [14]. また, 先の論文 [7] において現時点でのトップ生成断面積の CDF, D0 データは比較的大きな  $d_{V,A}$  を許すことを見出した一方で,  $t \rightarrow bW$  崩壊データ [15] では標準模型 (すなわち  $f_1^L = 1, f_1^R = f_2^{L,R} = 0$ ) との食い違いは見られていないことから,  $d_{V,A}$  については全ての寄与を,  $f_{1,2}^{L,R}$  については非標準結合の 1 次項のみを取り入れることとする. この近似の下では  $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$  及び  $g\bar{g} \rightarrow t\bar{t}$  の断面積はそれぞれ

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d\Omega_t}(s_t, 0) \\ &= \frac{\beta\alpha_s^2}{36s} \left[ 1 - 2(v - z) - 8(d_V - d_V^2 + d_A^2) \right. \\ & \quad \left. + 8(d_V^2 + d_A^2)v/z \right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma_{g\bar{g}}}{d\Omega_t}(s_t, 0) \\ &= \frac{\beta\alpha_s^2}{384s} \left[ (4/v - 9) [1 - 2v + 4z(1 - z/v) \right. \\ & \quad \left. - 8d_V(1 - 2d_V)] \right. \\ & \quad \left. + 4(d_V^2 + d_A^2) [14(1 - 4d_V)/z + (1 + 10d_V)/v] \right. \\ & \quad \left. - 32(d_V^2 + d_A^2)^2(1/z - 1/v - 4v/z^2) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

と, また,  $t \rightarrow bW \rightarrow b\ell^+\nu$  微分崩壊幅は,  $f_2^R$  項のみが残り,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Gamma_t} \frac{d\Gamma_\ell}{d^3\mathbf{p}_\ell} = \frac{6B_\ell}{\pi m_t^2 W E_\ell} \\ & \quad \times \omega \left[ 1 + 2d_R \left( \frac{1}{1-\omega} - \frac{3}{1+2r} \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

と得られる. 但し, ここで

$$\begin{aligned} z &\equiv m_t^2/s, \quad v \equiv (t - m_t^2)(u - m_t^2)/s^2, \\ \omega &\equiv (p_t - p_\ell)^2/m_t^2, \quad r \equiv (M_W/m_t)^2, \\ w &\equiv (1-r)^2(1+2r), \quad d_R \equiv \text{Re}(f_2^R)\sqrt{r}, \end{aligned}$$

$s, t, u$  は通常の Mandelstam 変数,  $\beta \equiv \sqrt{1 - 4m_t^2/s}$  はトップ速度の大きさ,  $B_\ell$  はトップ崩壊の半レプトンモードへの分岐比 ( $= \Gamma_\ell/\Gamma_t$ ) であり, この崩壊での  $W$  伝播関数に対しては Narrow-width 近似を適用した.

これらの量を組み合わせれば (9) 式に基づき終状態レプトンのエネルギー・角分布が得られる:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dE_\ell c_\ell} = \left[ \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{SM}} + \left[ \frac{d\Delta\sigma_{q\bar{q}}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{BSM}} \quad (14)$$

$$\frac{d\sigma_{g\bar{g}}}{dE_\ell c_\ell} = \left[ \frac{d\sigma_{g\bar{g}}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{SM}} + \left[ \frac{d\Delta\sigma_{g\bar{g}}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{BSM}} \quad (15)$$

但し, 両式の右辺第 1 項 (SM 項)・第 2 項 (BSM 項) はそれぞれ標準模型および非標準項の寄与を表す. また, 散乱角 ( $\theta_\ell$ ) は入射パートン 1 と終状態レプトン  $\ell^+$  の運動量のなす角として定義されており, ここでは簡単のためその余弦  $\cos\theta_\ell$  を  $c_\ell$  と記した. 以下, 各項の具体形を与えよう:

$$\left[ \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{SM}} = \frac{4\beta\alpha_s^2 B_\ell}{3m_t^2 s W} E_\ell \left[ (1 + 2z)\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) - 2\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right] \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{d\Delta\sigma_{q\bar{q}}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{BSM}} &= \frac{4\beta\alpha_s^2 B_\ell}{3m_t^2 s W} E_\ell \left[ 2d_R \left[ (1 + 2z) \left( \mathcal{G}_0(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - 2 \left( \mathcal{G}_1(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right) \right] \right. \\ & \quad \left. - 8(d_V - d_V^2 + d_A^2)\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) + \frac{8}{z}(d_V^2 + d_A^2)\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right. \\ & \quad \left. - 16d_R(d_V - d_V^2 + d_A^2) \left( \mathcal{G}_0(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{16}{z}d_R(d_V^2 + d_A^2) \left( \mathcal{G}_1(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$



パートン衝突でのトップクォーク対生成・崩壊における終状態レプトン...

$$\left[ \frac{d\sigma_{gg}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{SM}} = \frac{\beta\alpha_s^2}{8m_t^2 s} \frac{B_\ell}{W} E_\ell \left[ -(17+36z)\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) + 18\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right. \\ \left. + 4(1+4z+9z^2)\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) - 16z^2\mathcal{F}_{-2}(E_\ell, c_\ell) \right] \quad (18)$$

$$\left[ \frac{d\Delta\sigma_{gg}}{dE_\ell c_\ell} \right]_{\text{BSM}} = \frac{\beta\alpha_s^2}{8m_t^2 s} \frac{B_\ell}{W} E_\ell \left[ 2d_R \left[ -(17+36z) \left( \mathcal{G}_0(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 18 \left( \mathcal{G}_1(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 4(1+4z+9z^2) \left( \mathcal{G}_{-1}(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - 16z^2 \left( \mathcal{G}_{-2}(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_{-2}(E_\ell, c_\ell) \right) \right] \right. \\ \left. - 8d_V(1-2d_V) \left( 4\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) - 9\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \\ \left. + 4(d_V^2 + d_A^2) \left( \frac{14}{z}(1-4d_V)\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) + (1+10d_V)\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \\ \left. - 32(d_V^2 + d_A^2)^2 \left( \frac{1}{z}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) - \mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) - \frac{4}{z^2}\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \\ \left. - 16d_R d_V(1-2d_V) \left[ 4 \left( \mathcal{G}_{-1}(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - 9 \left( \mathcal{G}_0(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right] \right. \\ \left. + 8d_R(d_V^2 + d_A^2) \left[ \frac{14}{z}(1-4d_V) \left( \mathcal{G}_0(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + (1+10d_V) \left( \mathcal{G}_{-1}(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) \right) \right] \right. \\ \left. - 64d_R(d_V^2 + d_A^2)^2 \left[ \frac{1}{z} \left( \mathcal{G}_0(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_0(E_\ell, c_\ell) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \mathcal{G}_{-1}(E_\ell, c_\ell) + \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_{-1}(E_\ell, c_\ell) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{4}{z^2} \left( \mathcal{G}_1(E_\ell, c_\ell) - \frac{3}{1+2r}\mathcal{F}_1(E_\ell, c_\ell) \right) \right] \right] \quad (19)$$

ここで、 $\mathcal{F}_m$  と  $\mathcal{G}_m$  ( $m = -2, -1, 0, +1$ ) は  $\mathbf{p}_\ell$  の向きに  $z$  軸を選んだ  $\Omega_t$  積分

$$\mathcal{F}_m(E_\ell, c_\ell) \equiv \int_{c_{t-}}^{c_{t+}} dc_t \int_0^{2\pi} d\phi_t \omega v^m, \quad \mathcal{G}_m(E_\ell, c_\ell) \equiv \int_{c_{t-}}^{c_{t+}} dc_t \int_0^{2\pi} d\phi_t \frac{\omega}{1-\omega} v^m$$

( $c_t \equiv \cos\theta_t$ ) であり、 $c_t$  積分の上限・下限は

$$c_{t+} = \text{Max} \left[ \text{Min} \left[ \frac{1}{\beta} \left( 1 - \frac{M_W^2}{\sqrt{s}E_\ell} \right), +1 \right], -1 \right], \quad c_{t-} = \text{Min} \left[ \text{Max} \left[ \frac{1}{\beta} \left( 1 - \frac{m_t^2}{\sqrt{s}E_\ell} \right), -1 \right], +1 \right] \quad (20)$$

で与えられる (文献 [16] も参照)。この  $\mathcal{F}_m$ ,  $\mathcal{G}_m$  積分は解析的に実行でき、結果は以下のように表される：

$$\mathcal{F}_m = I_m(c_{t+}) - I_m(c_{t-}), \quad \mathcal{G}_m = J_m(c_{t+}) - J_m(c_{t-}) \quad (21)$$

但し、各  $I_m$ ,  $J_m$  は

$$I_1(c_t) = -\frac{\pi}{4(1-\beta)} c_t \left[ (1-\beta-x_\ell) \left( \beta^2 s_\ell^2 - 2 + \frac{1}{3}\beta^2(3c_\ell^2-1)c_t^2 \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{4}\beta x_\ell [2(\beta^2 s_\ell^2 - 2)c_t + \beta^2(3c_\ell^2-1)c_t^3] \right] \quad (22)$$

$$I_0(c_t) = \frac{\pi}{1-\beta} c_t [2(1-\beta-x_\ell) + \beta x_\ell c_t] \quad (23)$$

$$I_{-1}(c_t) = \frac{4\pi}{1-\beta} \left[ (1-\beta-x_\ell) [f_{0/1}^+(c_t) + f_{0/1}^-(c_t)] + \beta x_\ell [f_{1/1}^+(c_t) + f_{1/1}^-(c_t)] \right] \quad (24)$$

$$I_{-2}(c_t) = \frac{8\pi}{1-\beta} \left[ (1-\beta-x_\ell) [\beta c_\ell f_{1/3}^+(c_t) + f_{0/3}^+(c_t) - \beta c_\ell f_{1/3}^-(c_t) + f_{0/3}^-(c_t) + f_{0/1}^+(c_t) + f_{0/1}^-(c_t)] \right. \\ \left. + \beta x_\ell [\beta c_\ell f_{2/3}^+(c_t) + f_{1/3}^+(c_t) - \beta c_\ell f_{2/3}^-(c_t) + f_{1/3}^-(c_t) + f_{1/1}^+(c_t) + f_{1/1}^-(c_t)] \right] \quad (25)$$

$$J_1(c_t) = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{1}{\beta x_\ell} (1-\beta)(\beta^2-3)s_\ell^2 \ln(1-\beta c_t) + \frac{1}{2x_\ell} (1-\beta)(3c_\ell^2-1)c_t(2+\beta c_t) \right. \\ \left. + (\beta^2 s_\ell^2 - 2)c_t + \frac{1}{3}\beta^2(3c_\ell^2-1)c_t^3 \right] \quad (26)$$

$$J_0(c_t) = -\frac{2\pi}{\beta} \left[ \frac{1-\beta}{x_\ell} \ln(1-\beta c_t) + \beta c_t \right] \quad (27)$$

$$J_{-1}(c_t) = 4\pi \left[ \frac{1-\beta}{x_\ell} [g_{0/1}^+(c_t) + g_{0/1}^-(c_t)] - f_{0/1}^+(c_t) - f_{0/1}^-(c_t) \right] \quad (28)$$

$$J_{-2}(c_t) = 8\pi \left[ \frac{1-\beta}{x_\ell} [\beta c_\ell g_{1/3}^+(c_t) + g_{0/3}^+(c_t) - \beta c_\ell g_{1/3}^-(c_t) + g_{0/3}^-(c_t) + g_{0/1}^+(c_t) + g_{0/1}^-(c_t)] \right. \\ \left. - \beta c_\ell f_{1/3}^+(c_t) - f_{0/3}^+(c_t) + \beta c_\ell f_{1/3}^-(c_t) - f_{0/3}^-(c_t) - f_{0/1}^+(c_t) - f_{0/1}^-(c_t) \right] \quad (29)$$

であり、この中で  $x_\ell \equiv 2E_\ell \sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}/m_t$ 、また  $f_{m/n}^\pm$  及び  $g_{m/n}^\pm$  はそれぞれ

$$f_{m/n}^\pm(c_t) \equiv \int dc_t \frac{c_t^m}{\sqrt{(\beta^2 c_t^2 \pm 2\beta c_\ell c_t + 1 - \beta^2 s_\ell^2)^n}} \quad (30)$$

$$g_{m/n}^\pm(c_t) \equiv \int dc_t \frac{c_t^m}{(1-\beta c_t) \sqrt{(\beta^2 c_t^2 \pm 2\beta c_\ell c_t + 1 - \beta^2 s_\ell^2)^n}} \quad (31)$$

で定義される不定積分である。ここで、

$$R_\pm(c_t) \equiv \sqrt{\beta^2 c_t^2 \pm 2\beta c_\ell c_t + 1 - \beta^2 s_\ell^2}$$

$$Q_\pm \equiv \sqrt{2 \pm 2c_\ell - \beta^2 s_\ell^2}$$

と置けば、これらの不定積分は、

$$f_{0/1}^\pm(c_t) = \frac{1}{\beta} \ln[\beta c_t \pm c_\ell + R_\pm(c_t)] \quad (32)$$

$$f_{1/1}^\pm(c_t) = \frac{1}{\beta^2} \left[ R_\pm \mp c_\ell \ln[\beta c_t \pm c_\ell + R_\pm(c_t)] \right] \quad (33)$$

$$f_{0/3}^\pm(c_t) = \frac{\beta c_t \pm c_\ell}{\beta(1-\beta^2)s_\ell^2 R_\pm(c_t)} \quad (34)$$

$$f_{1/3}^\pm(c_t) = -\frac{1-\beta^2 s_\ell^2 \pm \beta c_\ell c_t}{\beta^2(1-\beta^2)s_\ell^2 R_\pm(c_t)} \quad (35)$$

$$f_{2/3}^\pm(c_t) = \frac{1}{\beta^3} \left[ \frac{\beta(2c_\ell^2 - 1 + \beta^2 s_\ell^2)c_t \pm c_\ell(1-\beta^2 s_\ell^2)}{(1-\beta^2)s_\ell^2 R_\pm(c_t)} + \ln[\beta c_t \pm c_\ell + R_\pm(c_t)] \right] \quad (36)$$

$$g_{0/1}^\pm(c_t) = -\frac{1}{\beta Q_\pm} \ln \left[ \frac{1-\beta c_t}{(1 \pm c_\ell)(1-\beta^2 \pm \beta^2 c_\ell + \beta c_t) + Q_\pm R_\pm(c_t)} \right] \quad (37)$$

$$g_{0/3}^\pm(c_t) = -\frac{1 \mp 2c_\ell - \beta^2(1 \mp c_\ell) - \beta c_t}{\beta s_\ell^2 [2 - \beta^2(3 \mp c_\ell) + \beta^4(1 \mp c_\ell)] R_\pm(c_t)} \\ - \frac{1}{\beta Q_\pm^3} \ln \left[ \frac{1-\beta c_t}{(1 \pm c_\ell)(1-\beta^2 \pm \beta^2 c_\ell + \beta c_t) + Q_\pm R_\pm(c_t)} \right] \quad (38)$$

$$g_{1/3}^\pm(c_t) = \frac{1}{\beta} [g_{0/3}^\pm(c_t) - f_{0/3}^\pm(c_t)] \quad (39)$$

となる. 但し, 上式では  $f_{m/n}^{\pm}(c_{t+}) - f_{m/n}^{\pm}(c_{t-})$ ,  $g_{m/n}^{\pm}(c_{t+}) - g_{m/n}^{\pm}(c_{t-})$  という差 (定積分計算) の中で相殺される項は簡単のため除かれている.

### 3 数値計算と解析

前節において導出した断面積を用いて終状態レプトンのエネルギーおよび角分布を数値的に計算しよう. 重心系エネルギー  $\sqrt{s}$  は 5 TeV に固定し, 非標準結合パラメータの値は典型的な例として  $d_V = d_A = d_R = 0.01$  ととることにする. 但し, 我々の近似の下では, 角分布は崩壊パラメータ  $d_R$  には依存しない (脱結合定理 [17]). また, 終状態レプトン  $\ell$  としては電子もしくはミュオン粒子を想定しているのので, 崩壊分岐比  $B_\ell$  は 0.22 と置く.

#### エネルギー分布

微分断面積  $d\sigma/dE_\ell dc_\ell$  を  $c_\ell$  について積分すればエネルギー分布が得られる. 実際の実験においては検出装置は全角度をカバーできる訳ではないが, ここでは簡単のため理論的に許される全領域  $-1 \leq c_\ell (= \cos\theta_\ell) \leq +1$  に亙って積分する:

$$\frac{d\sigma}{dE_\ell} = \int_{-1}^{+1} dc_\ell \frac{d\sigma}{dE_\ell dc_\ell} \quad (40)$$

これを図 1 ( $q\bar{q}$  衝突) および図 2 ( $gg$  衝突) に示そう. 図中  $\sigma_{\text{SM}}$  (実線) は標準模型が与える断面積を, また,  $\sigma_{\text{BSM}}$  (破線) は非標準項の寄与も含めた断面積  $\sigma_{\text{SM}} + \Delta\sigma_{\text{BSM}}$  を表している (以下同様).

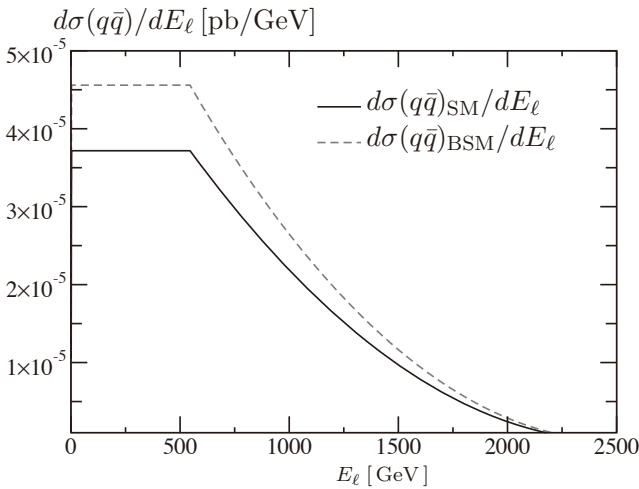


図 1:  $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  における終状態レプトンのエネルギー分布.  $\sigma(q\bar{q})_{\text{BSM}}$  は  $d_V = d_A = d_R = 0.01$  での値.

曲線中に平らな部分が見られるが, これは

$$m_t^2/[\sqrt{s}(1+\beta)] \leq E_\ell \leq M_W^2/[\sqrt{s}(1-\beta)] \quad (41)$$

という区間であり, 定性的にはこの振舞いは次のように理解できよう: まず (11, 12) 式の  $t\bar{t}$  生成断面積  $d\sigma(s_t, 0)/d\Omega_t$  が実際には  $s_t$  を含まないことに注意する. この結果, 終状態の  $b, \nu$  もスピン依存性がある場合より “自由に” 向きを選べ, また (20) 式からわかるように, この区間内では (9) 式中の  $c_t$  積分の範囲も与えられた  $E_\ell$  に対応して決まることから, どのような  $E_\ell$  も等しく実現されることが示唆される. ところが, この範囲外では  $c_t$  の上限 (または下限) が  $+1$  ( $-1$ ) という絶対的な制限に抵触するためにその “自由度” も失われてしまうという訳である. 文献 [16] でも,  $e\bar{e} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  における  $\ell^+$  のエネルギー分布が同様の振舞いをする事が示されている.

#### 角分布

次に, 微分断面積を  $E_\ell$  について積分すれば角分布が得られる:

$$\frac{d\sigma}{dc_\ell} = \int_{E_{\ell-}}^{E_{\ell+}} dE_\ell \frac{d\sigma}{dE_\ell dc_\ell} \quad (42)$$

但し, 積分の上限・下限は (20) 式から

$$E_{\ell+} = m_t^2/[\sqrt{s}(1-\beta)], \quad E_{\ell-} = M_W^2/[\sqrt{s}(1+\beta)]$$

と決められる (この積分範囲も  $c_\ell$  と同じく理論的なものである). この分布を図 3 ( $q\bar{q}$  衝突) および図 4 ( $gg$  衝突) に示そう.

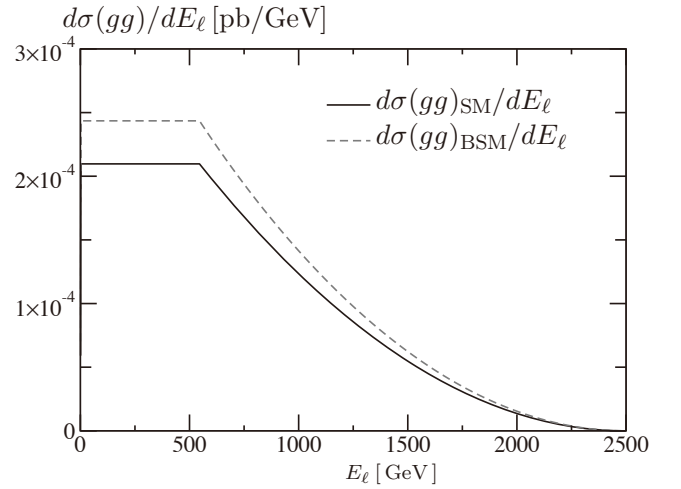


図 2:  $gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  における終状態レプトンのエネルギー分布.  $\sigma(gg)_{\text{BSM}}$  は  $d_V = d_A = d_R = 0.01$  での値.

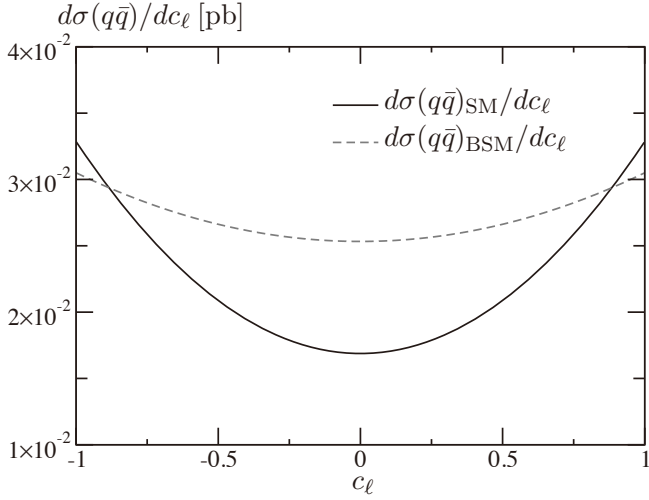


図 3:  $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  における終状態レプトンの角分布.  $\sigma(q\bar{q})_{\text{BSM}}$  は  $d_V = d_A = 0.01$  での値.

エネルギー分布においても角分布においても非標準結合の影響は  $d\sigma(gg)/dc_\ell$  を除き小さくないことが見てとれる. 実際に観測される分布はこれにパートン分布関数を掛けて積分したものであるため, 分布の形などは変わるであろうが, 非標準項による補正自体の大きさが打ち消される理由は全く存在しない. 従って, これらの分布の測定は新物理探索に有効であると思われる.

#### パラメータ依存性

全断面積を用いて計算結果の  $d_{V,A}$  依存性も見ておこう. これは, 最適観測量解析 [18] を行う際に必要な情報となる. すなわち, これらのパラメータにつき全

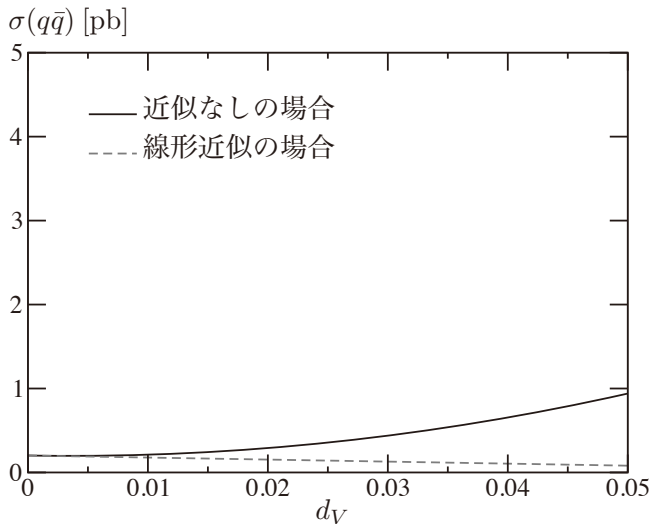


図 5: 全断面積  $\sigma(q\bar{q} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  の  $d_V$  依存性 ( $d_A = 0$ ).

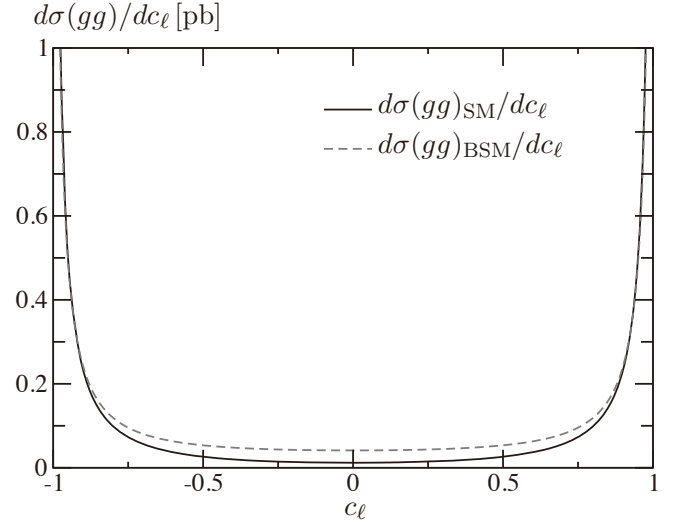


図 4:  $gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  における終状態レプトンの角分布.  $\sigma(gg)_{\text{BSM}}$  は  $d_V = d_A = 0.01$  での値.

ての寄与を含めた式を用いる場合には, 関与する項数が多すぎてこの解析は精度の面から事実上不可能となるため, 1 次項のみを残す近似 (線形近似) が必要となる. その場合, 解析結果の信頼性を示すためには上記近似の妥当性を明確にしておく必要があるからである. 図 5 ~ 7 において,  $d_{V,A}$  のうち  $d_V$  のみ変化 (図 5,  $d_A$  は 0 と置く),  $d_A$  のみ変化 (図 6,  $d_V = 0$ ),  $d_{V,A}$  共に変化 (図 7,  $d_V = d_A$ ) させた場合の  $q\bar{q}$  衝突全断面積  $\sigma(q\bar{q} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  を, また同様に図 8 ~ 10 においては対応する  $gg$  衝突の全断面積  $\sigma(gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  を示す.

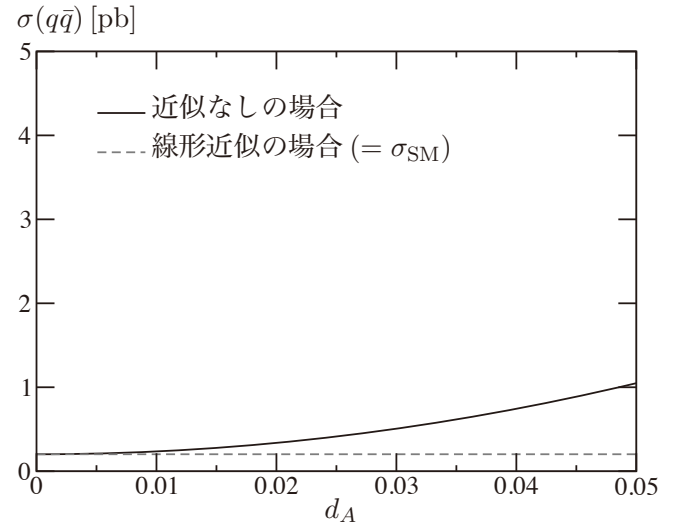


図 6: 全断面積  $\sigma(q\bar{q} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  の  $d_A$  依存性 ( $d_V = 0$ ).  $d_A$  の 1 次項は存在しないことに注意.



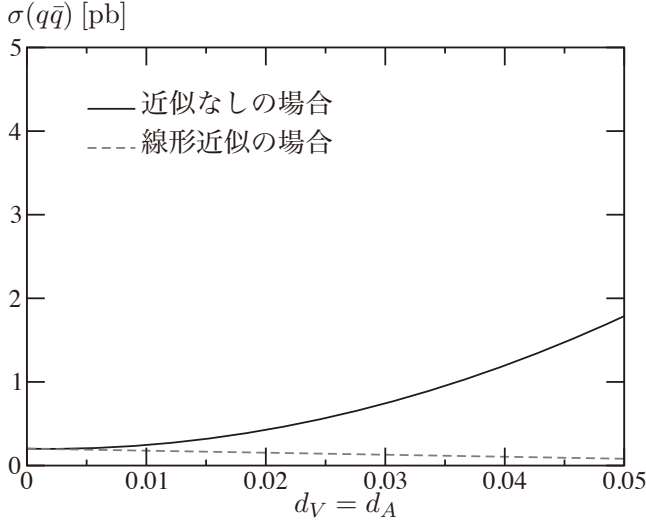


図 7: 全断面積  $\sigma(q\bar{q} \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  の  $d_{V,A}$  依存性 ( $d_V = d_A$ ).

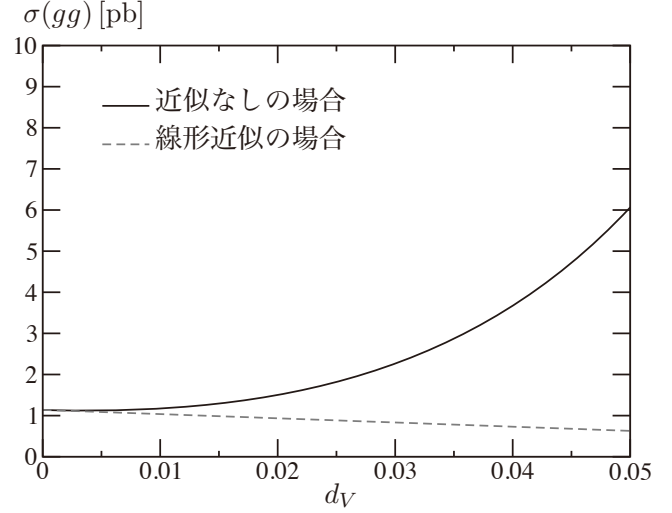


図 8: 全断面積  $\sigma(gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  の  $d_V$  依存性 ( $d_A = 0$ ).

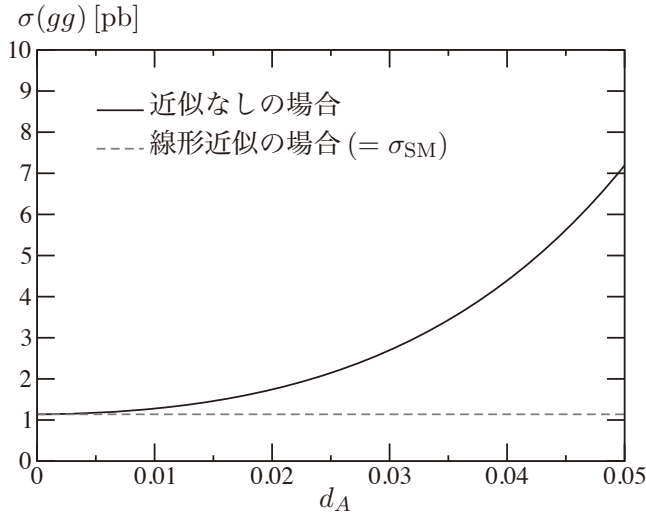


図 9: 全断面積  $\sigma(gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  の  $d_A$  依存性 ( $d_V = 0$ ).  $d_A$  の 1 次項は存在しないことに注意.

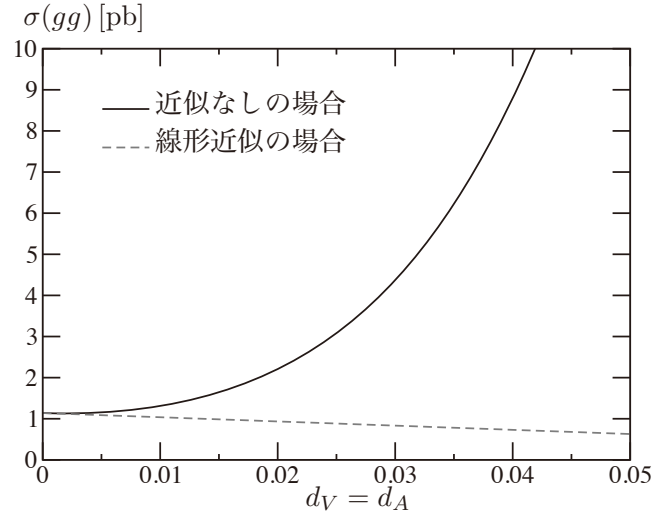


図 10: 全断面積  $\sigma(gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X)$  の  $d_{V,A}$  依存性 ( $d_V = d_A$ ).

全断面積のみで全てが完全に把握できる保証はないが、大まかな傾向はこれらの図から掴むことができるだろう。始状態が  $q\bar{q}$  の場合には二つの曲線は  $d_{V,A}$  の値が 0.02 程度からずれ始め、一方  $gg$  の場合は 0.01 程度から差が目立ち始める。従って、線形近似を用いた断面積を用いて最適観測量解析を行う場合には、そこで得られる統計誤差の期待値はこの範囲内において信頼できるということであるが、先のエネルギー・角分布はパラメータ値が 0.01 でも非標準効果が検出可能ということを強く示唆しているの、これらの結果

を合わせれば最適観測量解析が有効であると期待できる。なお、(11, 12) 式からわかるように  $d_A$  の 1 次項は存在しないため、図 6・9 においては線形近似曲線(破線)は標準模型断面積  $\sigma_{SM}$  に等しい。

#### 4 まとめ

この論文では、唯一トップクォークに関するデータが蓄積されている Tevatron (FNAL) での陽子-反陽

子衝突実験 [8] および 2009 年暮れに稼働を始めた LHC (CERN) での陽子-陽子衝突実験 [9] を念頭に置き、トップクォーク対生成崩壊を生むパートン衝突過程  $q\bar{q}, gg \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \ell^+ X$  において、標準模型に含まれるトップ-グルオン結合およびトップ-W ボソン結合の拡張可能性を、特定の模型に依存することなく現象論的にテストする方法を探った。我々が採用したのは、あるエネルギースケール  $\Lambda$  で特徴付けられる新理論の存在を仮定し、それが  $\Lambda$  以下の世界に生み出す非標準的相互作用を「有効演算子」の形で表現するという枠組みである。

我々は、まず終状態レプトンのエネルギーおよび角分布を計算し、その非標準パラメータ依存性から新物理存在の兆候が得られるかどうかを調べ、実験精度がある程度まで向上すれば標準模型からのずれも観測できる可能性があることを見出した。次に我々が探ったのは、非標準パラメータの 1 次項のみを残すという線形近似が許される範囲である。我々が意識したのは、これらの非標準パラメータの実験的測定で生じる統計誤差に対する最適観測量解析法を用いた予測である。これは極めて系統的で有効な手法ではあるが、対象とするパラメータの数が増えればその精度が低下する可能性も生じる。従って、この結果生まれる問題を回避するためにも線形近似可能なパラメータ領域を明確にしておくことは必要不可欠という訳である。数値計算の結果、パラメータ  $d_{V,A}$  の値が 0.01 ~ 0.02 程度以下であれば線形近似も有効であり、従って、最適観測量解析法が適用可能と期待できることを見出された。

ハドロン加速器は、エネルギーの絶対値という面ではレプトン加速器よりも有利だが、反応の終状態が大変に複雑なものになり解析が容易ではないという弱点も抱えている。我々はこの点を考慮し、前論文では生成されたトップクォークの様々な崩壊までは解析に含めなかった [7]。しかしながら、もしもこの第 1 段階の解析において何らかの新物理の兆候が見られたなら、それをより精密に確認する作業が次のステップとして当然必要となる。特に、検出が比較的容易な終状態荷電レプトン（電子またはミュー粒子）を用いた解析は

極めて重要な役割を果たすだろう。従って、本論文で得た結果に基づき、より現実的なハドロン衝突過程における解析の枠組みを整備することが我々にとっての次の課題である。

## 謝 辞

本研究は日本学術振興会からの科学研究費補助金（日置：基盤研究 C No.22540284）の支援を受けて実施された。また、計算システム FORM [19] を用いた代数計算は、京都大学基礎物理学研究所の計算機システムにおいて実行された。

## 付 録

ここでは教育的見地から、我々の計算の基礎となっている川崎-白藤-蔡の公式の証明を、現代素粒子物理学の標準となっている共変的規格化において示す。我々が興味を持っているのは、高エネルギー衝突で生成された重いスピン 1/2 粒子が短時間で崩壊する反応において、崩壊で生まれた終状態粒子の運動量分布を調べるような場合である。本文中でも述べたように、このような反応において、はじめに生成されたスピン 1/2 粒子をオンシェル状態にあると見なすことが出来るなら、その記述に川崎-白藤-蔡公式が適用できる。

話を少しでも具体的に展開するために、出発点として粒子  $p_{1,2}$  の衝突でトップクォークが生まれ、それが崩壊して粒子  $f$  が観測される反応

$$p_1 + p_2 \rightarrow t + X_1, \quad t \rightarrow f + X_2$$

を考えよう。この中で  $p_1 + p_2 \rightarrow t + X_1$  及び  $t \rightarrow f + X_2$  を記述する不変散乱振幅をそれぞれ

$$\bar{u}(p_t, s_t) A(p_1, p_2, P_{X_1}), \quad \bar{B}(p_f, P_{X_2}) u(p_t, s_t) \quad (43)$$

と表し  $\Lambda_+ \equiv \not{p}_t + m_t$  と置けば、 $p_1 + p_2 (\rightarrow t + X_1) \rightarrow f + X_1 + X_2$  全体の振幅は

$$\mathcal{M}(p_1 p_2 \rightarrow f X_1 X_2) = \bar{B} \frac{m_t + \not{p}_t}{m_t^2 - p_t^2 - im_t \Gamma_t} A = - \frac{\bar{B} \Lambda_+ A}{p_t^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t} \quad (44)$$

と与えられるので、終状態粒子  $f$  の運動量分布（微分断面積）は

$$\frac{d\sigma}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} = \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_1} d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_f - P_{X_1} - P_{X_2}) |\mathcal{M}(p_1 p_2 \rightarrow f X_1 X_2)|^2$$

パートン衝突でのトップクォーク対生成・崩壊における終状態レプトン...

$$= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \sum_{X_2} \int d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_1} d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_f - P_{X_1} - P_{X_2}) \left| \frac{\bar{B}\Lambda_+ A}{p_t^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t} \right|^2 \quad (45)$$

となる。但し、 $d^3 \tilde{\mathbf{p}} \equiv d^3 \mathbf{p} / [(2\pi)^3 2p^0]$ ,  $d^3 \tilde{\mathbf{P}}_X \equiv d^3 \tilde{\mathbf{q}}_1 d^3 \tilde{\mathbf{q}}_2 \cdots$  ( $X = q_1 + q_2 + \cdots$ ),  $F(s) \equiv 4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$ ,  $p_t = p_1 + p_2 - P_{X_1}$  であり、 $\sum_{X_1, X_2}$  は終状態  $X_{1,2}$  に関するスピン和も含めた全ての必要な和を表している。

上述のように、ここではトップ運動量  $p_t$  は  $p_{1,2}$  及び  $P_{X_1}$  の組み合わせで与えられるが、デルタ関数積分

$$\int d^4 p_t \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t)$$

(= 1) を先頭に置くことにより、この  $p_t$  も独立な変数として扱うことができる。これに加え、トップ伝播関数に対して Narrow-width 近似

$$\left| \frac{1}{p_t^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t} \right|^2 = \frac{\pi}{m_t \Gamma_t} \delta(p_t^2 - m_t^2) \quad (46)$$

を適用すれば (45) は

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3 \tilde{\mathbf{p}}_f} &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \sum_{X_2} \int d^4 p_t \int d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_1} d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) \frac{\pi}{m_t \Gamma_t} \delta(p_t^2 - m_t^2) |\bar{B}\Lambda_+ A|^2 \end{aligned} \quad (47)$$

となる。ここで、デルタ関数  $\delta(p_t^2 - m_t^2)$  を  $p_t^0$  の関数と見なして

$$\delta(p_t^2 - m_t^2) = \frac{1}{2\sqrt{\mathbf{p}_t^2 + m_t^2}} \left[ \delta(p_t^0 - \sqrt{\mathbf{p}_t^2 + m_t^2}) + \delta(p_t^0 + \sqrt{\mathbf{p}_t^2 + m_t^2}) \right] \quad (48)$$

と書き直すと、式 (47) の中の  $\delta^4(p_t - p_f - P_{X_2})$  の第 0 成分が  $p_t^0 = p_f^0 + P_{X_2}^0$  つまり  $p_t^0 \geq 0$  を要求するので、右辺第 2 項のデルタ関数  $\delta(p_t^0 + \sqrt{\mathbf{p}_t^2 + m_t^2})$  は 0 となる。従って、 $\int d^4 p_t$  の中の  $p_t^0$  積分は  $\delta(p_t^0 - \sqrt{\mathbf{p}_t^2 + m_t^2})$  に依って実行され、この結果  $p_t$  は  $p_t^0 = \sqrt{\mathbf{p}_t^2 + m_t^2}$  を満たす運動量、すなわちトップクォークのオンシェル 4 元運動量となる：

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3 \tilde{\mathbf{p}}_f} &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \sum_{X_2} \int d^3 \mathbf{p}_t \frac{1}{2p_t^0} \int d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_1} d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) \frac{\pi}{m_t \Gamma_t} |\bar{B}\Lambda_+ A|^2 \end{aligned} \quad (49)$$

次に、スピノル部分  $|\bar{B}\Lambda_+ A|^2$  を書き直そう：

$$\eta_{\mu\nu} \equiv -g_{\mu\nu} + p_{t\mu} p_{t\nu} / m_t^2 \quad (50)$$

というテンソルを導入することによって我々は

$$\begin{aligned} |\bar{B}\Lambda_+ A|^2 &= (\bar{B}\Lambda_+ A)(\bar{A}\Lambda_+ B) \\ &= \frac{1}{2} (\bar{A}\Lambda_+ A)(\bar{B}\Lambda_+ B) + \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} (\bar{A}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\mu A)(\bar{B}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\nu B) \end{aligned} \quad (51)$$

という恒等式を得る。事実、これはトップの静止系  $p_t = (m_t, \mathbf{0})$  で容易に証明できる。この関係を用いれば (49) は

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3 \tilde{\mathbf{p}}_f} &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \sum_{X_2} \int d^3 \mathbf{p}_t \frac{1}{2p_t^0} \int d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_1} d^3 \tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) \\ &\quad \times \frac{\pi}{2m_t \Gamma_t} \left[ (\bar{A}\Lambda_+ A)(\bar{B}\Lambda_+ B) + \eta_{\mu\nu} (\bar{A}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\mu A)(\bar{B}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\nu B) \right] \end{aligned} \quad (52)$$

となり, 更に  $A$  は  $P_{X_2}$  を含んでいないので

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \int d^3\mathbf{p}_t \frac{1}{2p_t^0} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_1} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) \\ &\quad \times \frac{\pi}{2m_t \Gamma_t} \left[ (\bar{A}\Lambda_+ A) \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ B) \right. \\ &\quad \left. + \eta_{\mu\nu} (\bar{A}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\mu A) \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\nu B) \right] \end{aligned} \quad (53)$$

に達する. ここで, “有効偏極ベクトル”

$$n_\mu \equiv \eta_{\mu\nu} \frac{\sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\nu B)}{\sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ B)} \quad (54)$$

を導入すれば, 上式 (53) の [ ] 部分は

$$\begin{aligned} &\left[ (\bar{A}\Lambda_+ A) \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ B) \right. \\ &\quad \left. + \eta_{\mu\nu} (\bar{A}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\mu A) \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\nu B) \right] \\ &= \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ B) \left[ (\bar{A}\Lambda_+ A) + n_\mu (\bar{A}\Lambda_+ \gamma_5 \gamma^\mu A) \right] \\ &= \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ B) \left[ \bar{A}\Lambda_+ (1 + \gamma_5 \not{n}) A \right] \end{aligned} \quad (55)$$

となるので

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \sum_{X_2} \int d^3\mathbf{p}_t \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_1} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) \\ &\quad \times \frac{1}{2p_t^0} \frac{\pi}{2m_t \Gamma_t} \left[ \bar{A}\Lambda_+ (1 + \gamma_5 \not{n}) A \right] \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) (\bar{B}\Lambda_+ B) \end{aligned} \quad (56)$$

が得られる.

一方, スピン  $s_t$  を持つトップ生成の包含反応  $p_1 p_2 \rightarrow t X_1$  の微分断面積は

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_t} &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_1} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) |\bar{u}(p_t, s_t) A(p_1, p_2, P_{X_1})|^2 \\ &= \frac{1}{F(s)} \sum_{X_1} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_1} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - P_{X_1} - p_t) \bar{A} \frac{\Lambda_+ (1 + \gamma_5 \not{s}_t)}{2} A \end{aligned} \quad (57)$$

で, また, (静止状態ではなく) 運動量  $p_t$  を持つ 無偏極 トップの  $f X_2$  への微分崩壊幅は

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma'_f}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} &= \frac{1}{2p_t^0} \frac{1}{2} \sum_{s_t} \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) |\bar{B}(p_f, P_{X_2}) u(p_t, s_t)|^2 \\ &= \frac{1}{2p_t^0} \sum_{X_2} \int d^3\tilde{\mathbf{P}}_{X_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_t - p_f - P_{X_2}) \bar{B} \frac{\Lambda_+}{2} B \end{aligned} \quad (58)$$

でそれぞれ与えられる. 但し, 通常  $\Gamma$  と表される崩壊幅は静止した崩壊粒子に対して定義される量であり, Narrow-width 近似 (46) に現れている崩壊幅も静止系での量である. この  $\Gamma$  は, 上記の  $\Gamma'$  とは  $\Gamma' = (m_t/p_t^0)\Gamma$  の関係にある ( $1/\Gamma' > 1/\Gamma$ : 相対論効果による時間の遅れ).

従って,  $d\sigma/d^3\tilde{\mathbf{p}}_t$  の中でトップのスピンベクトル  $s_t$  を有効偏極ベクトル  $n$  で置き換えることにより,

$$\frac{d\sigma}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} = \int d^3\mathbf{p}_t \frac{1}{2p_t^0} \frac{\pi}{2m_t\Gamma_t} 4 \frac{d\sigma}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_t} (s_t = n) \frac{2p_t^0}{(2\pi)^4} \frac{d\Gamma'_f}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} = 2 \int d^3\mathbf{p}_t \frac{d\sigma}{d^3\mathbf{p}_t} (s_t = n) \frac{1}{\Gamma_t} \frac{d\Gamma'_f}{d^3\tilde{\mathbf{p}}_f} \quad (59)$$

を得るが, 容易に理解できるように  $\Gamma'_t$  で“規格化”された微分崩壊幅  $\Gamma_t'^{-1} d\Gamma'_f/d^3\tilde{\mathbf{p}}_f$  はローレンツ不変な量なので「'」は不要であり, この結果, 目指す川崎-白藤-蔡の公式

$$\frac{d\sigma}{d^3\mathbf{p}_f} = 2 \int d^3\mathbf{p}_t \frac{d\sigma}{d^3\mathbf{p}_t} (s_t = n) \frac{1}{\Gamma_t} \frac{d\Gamma_f}{d^3\mathbf{p}_f} \quad (60)$$

に到達する. 但し, ここで  $d^3\tilde{\mathbf{p}}_f$  については簡単のため両辺から共通する因子  $(2\pi)^3(2p_f^0)$  を除き  $d^3\mathbf{p}_f$  と書き直した. 特に,  $t\bar{t}$  対生成反応のように  $X_1$  が1粒子状態である場合には  $|\mathbf{p}_t|$  は確定するので, この式は

$$\frac{d\sigma}{d^3\mathbf{p}_f} = 2 \int d\Omega_t \frac{d\sigma}{d\Omega_t} (s_t = n) \frac{1}{\Gamma_t} \frac{d\Gamma_f}{d^3\mathbf{p}_f} \quad (61)$$

となる. なお, この右辺における  $d\sigma(s_t = n)/d\Omega_t$  は厳密に書けば  $\sum_{s_{\bar{t}}} d\sigma(s_t = n, s_{\bar{t}})/d\Omega_t$  であるが<sup>3</sup> (この場合のスピン和  $\sum_{s_{\bar{t}}}$  は (45) 式の中の  $\sum_{X_1}$  に対応している), これは  $2d\sigma(s_t = n, 0)/d\Omega_t$  で置き換えることも出来る:

$$\frac{d\sigma}{d^3\mathbf{p}_f} = 4 \int d\Omega_t \frac{d\sigma}{d\Omega_t} (s_t = n, 0) \frac{1}{\Gamma_t} \frac{d\Gamma_f}{d^3\mathbf{p}_f} \quad (62)$$

本文中の (9) 式ではこの後者の表現を用いている.

最後に, (54) で導入した有効偏極ベクトル  $n$  の具体形について考察しておこう.  $n$  は, その定義 (および共変性) から4元運動量  $p_t$  と  $p_f$  の線形結合であり, そこに含まれるテンソル  $\eta_{\mu\nu}$  の形から常に

$$np_t = 0$$

という関係を満たすことがわかる. これより,

$$n = \alpha \left( \frac{m_t}{p_t p_\ell} p_\ell - \frac{1}{m_t} p_t \right) \quad (63)$$

でなければならない. ここで, 右辺の係数  $\alpha$  は個々の反応に依存するスカラー量であって, 最も一般的なトップ崩壊を想定するならその値についてはこれ以上のことは言えない. しかしながら, トップの崩壊様式に直接影響を与えるような未知の軽い粒子などを新たに考えたりしない限りは, 非標準結合を含めても  $t \rightarrow bW \rightarrow b\ell^+\nu_\ell$  がトップ半レプトン崩壊の主モード

であり, この場合には  $f = \ell^+$  であるなら線形近似の範囲内で

$$\alpha = 1 \quad (64)$$

であることを我々は文献 [17] で確かめた. 但し, 同じ崩壊でも  $f = b$ , すなわちボトムクォークの分布を調べる場合には  $\alpha$  は1とは異なる値をとり更に非標準結合の補正を受ける. これらの事実は本文中 (第3節) で述べた脱結合定理の証明において重要な役割を果たしている.

## 文 献

- [1] 例えば, G. Altarelli, “Status of the Standard Model at the LHC Start”, *Nuovo Cim.* **123B** (2008) 257 (arXiv:0804.4147 [hep-ph]).  
長島順清, “素粒子標準理論と実験的基礎”, 朝倉書店 1999 年.  
但し, ニュートリノの質量に関しては Super-KAMIOKANDE の観測データなどから標準模型はほぼ間違いなく拡張を要請されるが, これは高エネルギー反応の断面積計算などには大きな影響は与えない.
- [2] Z. Hioki, T. Konishi and K. Ohkuma, *JHEP* **0707** (2007) 082 (arXiv:0706.4346 [hep-ph]).  
B. Grzadkowski, Z. Hioki, K. Ohkuma and J. Wudka, *JHEP* **0511** (2005) 029 (hep-ph/0508183).  
B. Grzadkowski and Z. Hioki, *Nucl. Phys. B* **585** (2000) 3 (hep-ph/0004223).
- [3] B. Grzadkowski, Z. Hioki, K. Ohkuma and J. Wudka, *Nucl. Phys. B* **689** (2004) 108 (hep-ph/0310159).
- [4] W. Buchmuller and D. Wyler, *Nucl. Phys. B* **268** (1986) 621.  
C. Arzt, M.B. Einhorn and J. Wudka, *Nucl. Phys. B* **433** (1995) 41 (hep-ph/9405214).



- [5] J.A. Aguilar-Saavedra, Nucl. Phys. B **812** (2009) 181 (arXiv:0811.3842 [hep-ph]); Nucl. Phys. B **821** (2009) 215 (arXiv:0904.2387 [hep-ph]).
- [6] B. Grzadkowski, M. Iskrzynski, M. Misiak and J. Rosiek, arXiv:1008.4884 [hep-ph].
- [7] 大熊一正, 日置善郎, 自然科学研究 (徳島大学総合科学部) **23** (2009) 19.  
Z. Hioki and K. Ohkuma, Eur. Phys. J. C **65** (2010) 127 (arXiv:0910.3049 [hep-ph]).
- [8] CDF collaboration: <http://www-cdf.fnal.gov/>  
D0 collaboration: <http://www-d0.fnal.gov/>
- [9] LHC web-site: <http://public.web.cern.ch/public/en/LHC/LHC-en.html>
- [10] Y.S. Tsai, Phys. Rev. D **4** (1971) 2821; *ibid.* **13** (1976), 771(Erratum).  
S. Kawasaki, T. Shirafuji and S.Y. Tsai, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 1656.
- [11] D. Berdine, N. Kauer and D. Rainwater, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 111601 (hep-ph/0703058).  
N. Kauer, Phys. Lett. B **649** (2007) 413 (hep-ph/0703077).  
C.F. Uhlemann and N. Kauer, Nucl. Phys. B **814** (2009) 195 (arXiv:0807.4112 [hep-ph]).
- [12] Particle Data Group web-site (The Review of Particle Physics): <http://pdg.lbl.gov/>
- [13] D0 collaboration: D0 Note 6034-CONF.  
See also  
T. Aaltonen *et al.* [CDF Collaboration], arXiv:1008.3891 [hep-ex].
- [14] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collaboration], arXiv:1004.1181 [hep-ex].
- [15] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 092002 (arXiv:0901.0151 [hep-ex]).
- [16] T. Arens and L.M. Sehgal, Phys. Rev. D **50** (1994) 4372.
- [17] B. Grzadkowski and Z. Hioki, Phys. Lett. B **476** (2000) 87 (hep-ph/9911505); Phys. Lett. B **529** (2002) 82 (hep-ph/0112361); Phys. Lett. B **557** (2003) 55 (hep-ph/0208079).
- [18] J.F. Gunion, B. Grzadkowski and X.G. He, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 5172 (hep-ph/9605326).
- [19] J.A.M. Vermaseren, “*Symbolic Manipulation with FORM*”, version 2, Tutorial and Reference Manual, CAN, Amsterdam 1991, ISBN 90-74116-01-9.

論文受付：2010年9月12日

論文受理：2010年9月29日